

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2012. október 16.**

**MATEMATIKA**  
**EMELT SZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2012. október 16. 8:00**

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor az utolsó feladatra nem kap pontot.

--

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részs számítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## I.

- 1.** Egy új típusú sorsjegyből 5 millió darab készült, egy sorsjegy ára 200 Ft. Minden egyes sorsjegyen vagy a „Nyert” vagy a „Nem nyert” felirat található, és a nyertes sorsjegyen feltüntetik a nyertes szelvény tulajdonosa által felvehető összeget is. A gyártás során a mellékelt táblázat szerinti eloszlásban készült el az 5 millió sorsjegy.

sorsjegy (db)	nyeremény (Ft)
4	10 000 000
40	50 000
800	10 000
150 000	1 000
400 000	500
1 000 000	200
3 449 156	0

- a)** Ha minden sorsjegyet eladnának és a nyertesek minden nyereményt felvonnának, akkor mekkora lenne a sorsjegyek eladásából származó bevétel és a kifizetett nyeremény különbözete?
- b)** Aki a kibocsátás után az első sorsjegyet megveszi, mekkora valószínűséggel nyer a sorsjegy áránál többet?
- c)** Számítsa ki, hogy ebben a szerencsejátékban az első sorsjegyet megvásárló személy nyereségének mennyi a várható értéke! (A nyereség várható értékének kiszámításához nemcsak a megnyerhető összeget, hanem a sorsjegy árát is figyelembe kell venni.)

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	4 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

2. Két valós szám összege 29. Ha az egyikből elveszünk 15-öt, a másikhoz pedig hozzáadunk 15-öt, az így kapott két szám szorzata éppen ötszöröse lesz az eredeti két szám szorzatának. Melyik lehet ez a két szám?

Ö.:	13 pont	
-----	---------	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 3.** Az alábbi három kifejezés mindegyike esetén adja meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a kifejezés értelmezhető!

a)  $\cos(\log_2 \sqrt{x})$

b)  $\sqrt{\log_2(\cos x)}$

c)  $\log_{\sqrt{x}}(\cos^2 x)$

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. A Csendes-óceán egyik kis szigetétől keletre, a szigettől 16 km távolságban elsüllyedt egy föld körüli úton járó vitorlás. A legénység egy mentőcsónakban segítségre vár, a náluk lévő jeladó készülék hatósugara mindössze 6 km. Amikor a vitorlás elsüllyedt, akkor a szigettől délre, a szigettől 24 km távolságra volt egy tengerjáró hajó. Ez a hajó állandóan északkeleti irányba halad, a hajótörtek pedig a vitorlás elsüllyedésének helyéről folyamatosan küldik a vészjeleket.
- a) Igazolja, hogy a tengerjáró legénysége észlelheti a segélykérő jelzést!

Egy 1,5 km magasságban haladó repülőgép éppen a sziget felett van, amikor a repülőgép fedélzeti műszerei észlelik a **tengerjáró hajót**, amely a vitorlás elsüllyedése óta 20 km-t tett meg.

- b) Mekkora depresszió szög (lehajlási szög) alatt észlelik a műszerek a tengerjárót?  
Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg!

Számításai során a Föld görbületétől tekintsen el!

a)	7 pont	
b)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 5.** Adott két párhuzamos egyenes,  $e$  és  $f$ . Kijelölünk  $e$ -n 5,  $f$ -en pedig 4 különböző pontot.
- a)** Hány ( $e$ -től és  $f$ -től is különböző) egyenest határoz meg ez a 9 pont?  
Hány olyan háromszög van, amelynek mindhárom csúcsa a megadott 9 pont közül kerül ki?  
Hány olyan négyszög van, amelynek mindegyik csúcsa a megadott 9 pont közül kerül ki?
- b)** A 9 pont mindegyikét véletlenszerűen kékre vagy pirosra színezzük. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az  $e$  egyenes 5 pontja is azonos színű és az  $f$  egyenes 4 pontja is azonos színű lesz?

<b>a)</b>	11 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. A Robotvezérelt Elektromos Kisautók Nemzetközi Versenyén a versenyzők akkumulátorral hajtott modellekkel indulnak. A magyar versenyautó az első órában 45 kilométert tesz meg. Az akkumulátor teljesítményének csökkenése miatt az autó a második órában kevesebb utat tesz meg, mint az első órában, a harmadik órában kevesebbet, mint a másodikban, és így tovább: az indulás utáni  $n$ -edik órában megtett útja mindig 95,5%-a az  $(n - 1)$ -edik órában megtett útjának ( $n \in \mathbb{N}$  és  $n > 1$ ).

- a) Hány kilométert tesz meg a 10. órában a magyarok versenyautója?  
Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg!

A versenyen több kategóriában lehet indulni. Az egyik kategória versenyszabályai lehetővé teszik az akkumulátorcserét verseny közben is. A magyar csapat mérnökei kiszámították, hogy abban az órában még nem érdemes akkumulátort cserélni, amelyekben az autó legalább 20 km-t megtesz.

- b) Az indulástól számítva legkorábban hányadik órában érdemes akkumulátort cserélni?

A „Végkimerülés” kategóriában a résztvevők azon versenyeznek, hogy akkumulátorcsere és feltöltés nélkül mekkora utat tudnak megtenni az autók. A világrekordot egy japán csapat járműve tartja 1100 km-rel.

- c) Képes-e megdönteni a magyar versenyautó a világrekordot a „Végkimerülés” kategóriában?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Egy üzemben  $4000 \text{ cm}^3$ -es, négyzet alapú, egyenes hasáb alakú, felül nyitott sütőedények gyártását tervezik. Az edények külső felületét tűzálló zománcfestékkel vonják be. (A belső felülethez más anyagot használnak.)
- a) Számítsa ki, mekkora felületre kellene tűzálló zománcfesték egy olyan edény esetén, amelynek oldallapjai  $6,4 \text{ cm}$  magasak!
  - b) Az üzemben végül úgy határozták meg az edények méretét, hogy a gyártásukhoz a lehető legkevesebb zománcfestékre legyen szükség. Számítsa ki a gyártott edények alapélének hosszát!
  - c) Minőségellenőrzési statisztikák alapján ismert:  $0,02$  annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott edény selejtes. Egy áruházláncnak szállított  $50$  darabos tételben mekkora valószínűséggel lesz pontosan  $2$  darab selejtes?

a)	3 pont	
b)	9 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

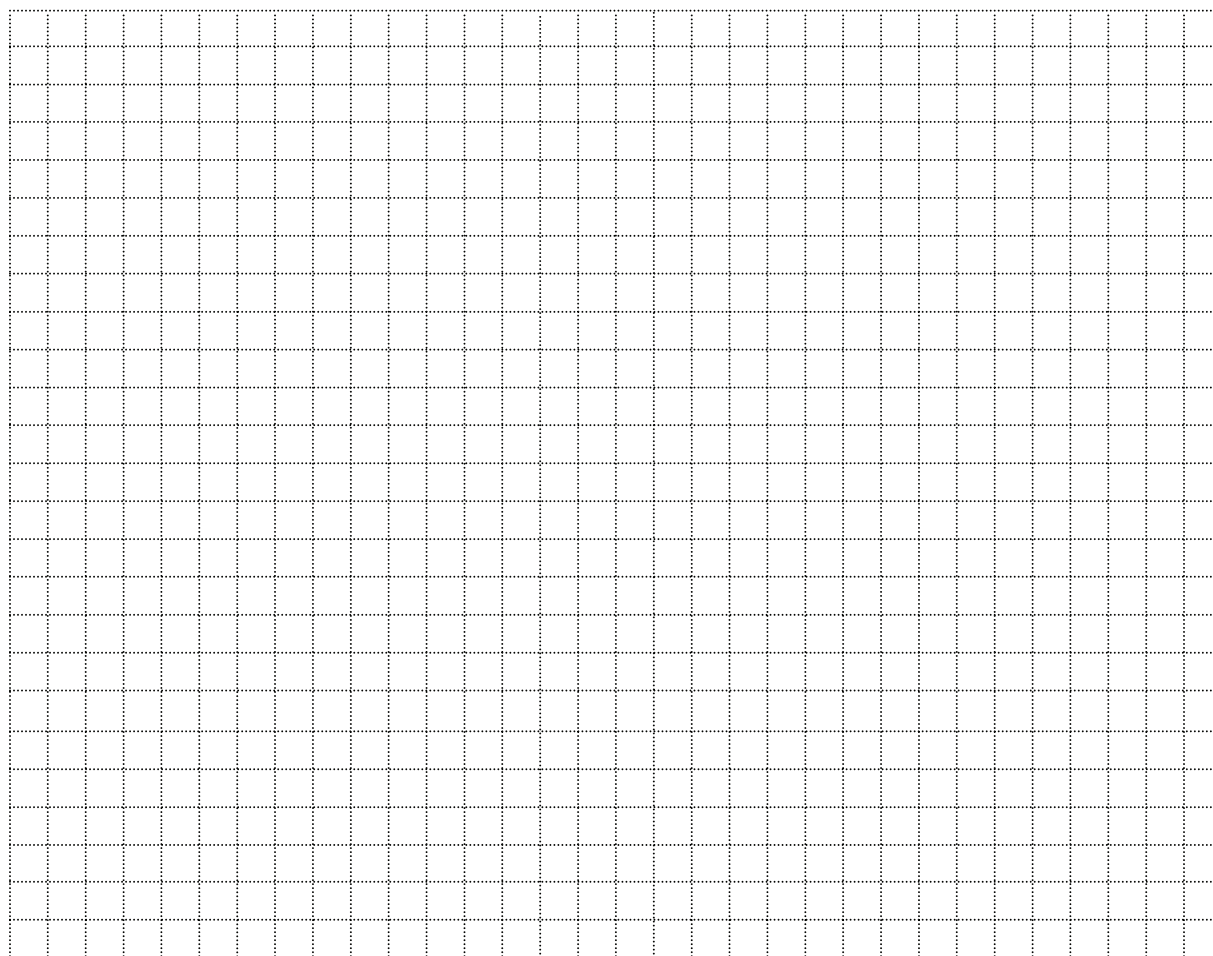
---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

8. A derékszögű koordináta-rendszerben az  $ABC$  háromszög csúcsai:  $A(2;1)$ ,  $B(7;-4)$ ,  $C(11;p)$ . Határozza meg a  $p$  paraméter **pontos értékét**, ha a háromszög  $B$  csúcsánál levő belső szöge  $60^\circ$ -os.

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

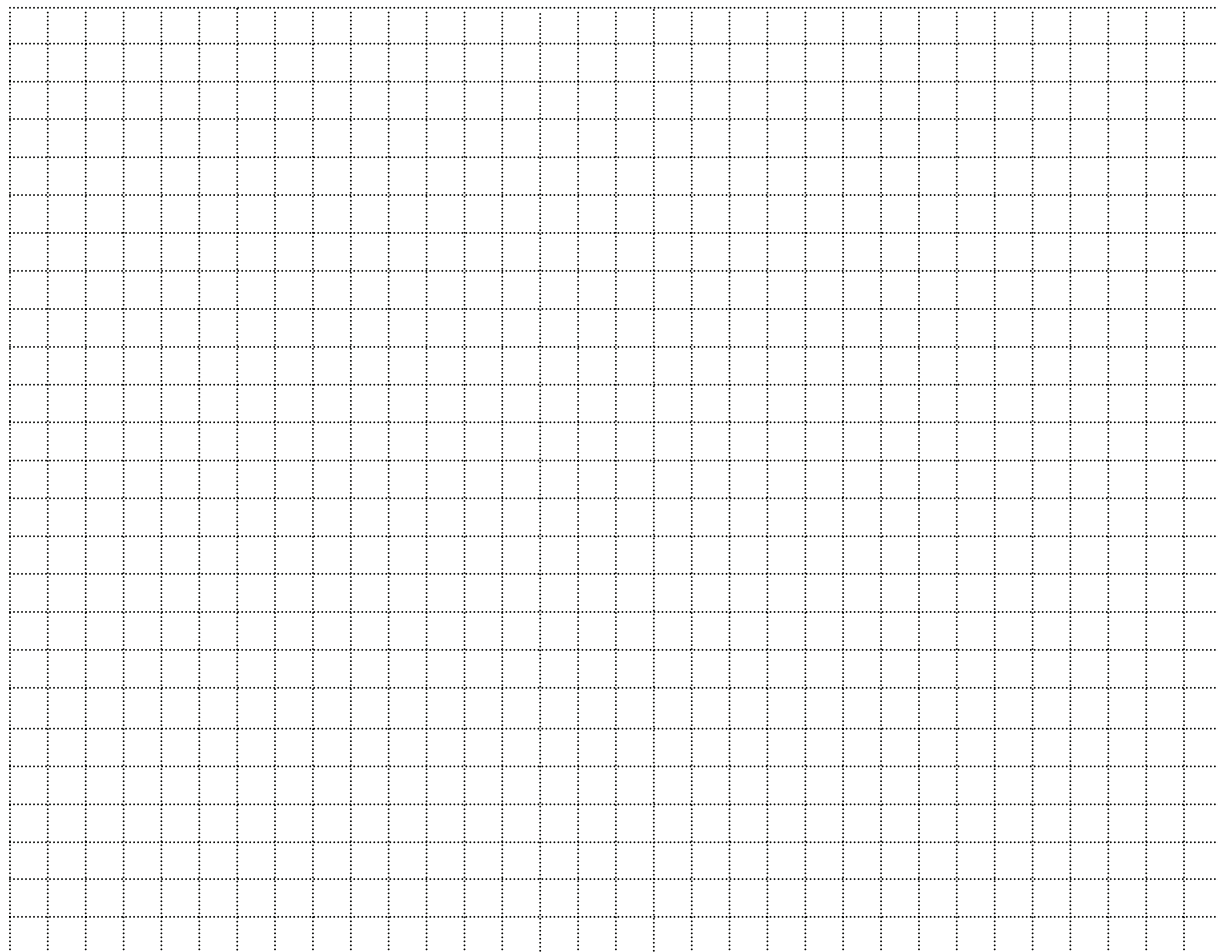
9. a) A következő két állításról döntse el, hogy igaz vagy hamis. Válaszait indokolja!
- (1) Van olyan ötpontú egyszerű gráf, amelynek 11 éle van.
  - (2) Ha egy ötpontú egyszerű gráf minden csúcsa legalább harmadfokú, akkor biztosan van negyedfokú csúcsa is.
- b) Az  $A, B, C, D$  és  $E$  pontok egy ötpontú teljes gráf csúcsai. A gráf élei közül véletlenszerűen beszínezünk hatot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az  $A, B, C, D, E$  pontokból és a színezett élekből álló gráf nem lesz összefüggő?

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	11		<b>51</b>	
	2.	13			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		<b>64</b>	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>				<b>115</b>	

---

 dátum

---

 javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		
II. rész		

---

 javító tanár

---

 jegyző

---

 dátum

---

 dátum